Prof. Dr. Alfred Toth

Pfeile als Objekte

1. Man vergleiche die folgenden Gleichungen für Abbildungen (vgl. Toth 2009)

$A \rightarrow B = AB$

$A \rightarrow_f B = AfB$

$A \rightarrow_b B = A \rightarrow_b = AB$

$\rightarrow_b = ØB$

${}_a\!\rightarrow = AØ$

Ihnen allen ist gemeinsam, daß zwischen Objekten und Pfeilen in Kategorien geschieden wird. Bense (1981, S. 146) hatte Pfeile als Objekte eingeführt (die rechten Seiten der Gleichungen sind von mir, A.T.).

$\omega \rightarrow_\mu \beta = (\omega\mu\beta)$

$Z(O) \rightarrow_{Z(M)} Z(I) = (Z(O), Z(M), Z(I))$.

2. Damit erhebt sich die Frage, wie es mit dem Verhältnis von Objekten und ihren Abbildungen bei polykontexturalen Strukturen steht, wo diese Dichotomie ja im Prinzip aufgehoben, d.h. „dekonstruiert" sein müßte. Dennoch wird aber gerade bei Heteromorphismen (vgl. Kaehr 2007, S. 22 u. passim), also in den die Polykontexturalität von Kategorien ermöglichenden Saltatorien, strikt zwischen Objekten und Pfeilen geschieden. Man könnte oder müßte also z.B. eine Abbildung wie

$id0 \quad \rightarrow \quad \alpha°$

als Insertion, eine Abbildung wie

$\alpha°\beta° \quad \leftarrow \quad \beta\alpha$

als Konversion und eine Abbildung wie

$\alpha°\beta° \quad \rightarrow \quad \alpha°$

als Abtrennung interpretieren (vgl. Walther 1989, S. 329). Solche Abbildungen haben jedenfalls mit denjenigen Benses gemein, daß sie im Grunde Operatoren sind. So fungiert das Objekt Z(M) in seinem Beispiel $Z(O) \rightarrow_{Z(M)} Z(I)$ als Operator, d.h. das Subzeichen ist gleichzeitig Objekt und Pfeil – übrigens ganz im Konsens mit der semiotischen Basistheorie, daß Subzeichen gleichzeitig statisch (d.h. Objekte) und dynamisch (d.h. Semiosen bzw.

Pfeile) sind (was Bense in seinen Vorlesungen gerne mit dem Welle-Teilchen-Dualismus der Objekte der Quantenphysik verglichen hatte).

3. Um alle Arten von Operatoren-Abbildungen zu bekommen, die in einer triadischen Zeichenrelation mit Nullheit (vgl. dazu Bense 1975, S. 44 ff.) aufscheinen können, konstruieren wir nach dem Modell von Toth (2025) Bi-Zeichen und konverse Bi-Zeichen und bilden sie auf Diamonds ab.

3.1. Abbildungen von Bi-Zeichen auf Diamonds

$$
\begin{array}{ccccccccccc}
 & & & & id0 & \leftarrow & \alpha^\circ\beta^\circ & & & & \\
 & & & & | & & | & & & & \\
 & & \alpha^\circ & \leftarrow & id0 & & \alpha^\circ\beta^\circ & \leftarrow & \beta\alpha & & \\
 & & | & & | & & | & & | & & \\
id0 & \rightarrow & \alpha^\circ & \circ & id0 & \rightarrow & \alpha^\circ\beta^\circ & \circ & \beta\alpha & \rightarrow & \alpha^\circ\beta^\circ \\
| & & & & & & & & & & | \\
id0 & & & & & \rightarrow & & & & & \alpha^\circ\beta^\circ
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{ccccccccccc}
 & & & & id0 & \leftarrow & \alpha^\circ & & & & \\
 & & & & | & & | & & & & \\
 & & \alpha^\circ\beta^\circ & \leftarrow & id0 & & \alpha^\circ & \leftarrow & id0 & & \\
 & & | & & | & & | & & | & & \\
\beta\alpha & \rightarrow & \alpha^\circ\beta^\circ & \circ & id0 & \rightarrow & \alpha^\circ & \circ & id0 & \rightarrow & \alpha^\circ\beta^\circ \\
| & & & & & & & & & & | \\
\beta\alpha & & & & & \rightarrow & & & & & \alpha^\circ\beta^\circ
\end{array}
$$

				$\beta\alpha$	$\leftarrow$	$\alpha^\circ\beta^\circ$				
				$\vert$		$\vert$				
		α°	$\leftarrow$	$\beta\alpha$		$\alpha^\circ\beta^\circ$	$\leftarrow$	id0		
		$\vert$		$\vert$		$\vert$		$\vert$		
id0	$\to$	α°	$\circ$	$\beta\alpha$	$\to$	$\alpha^\circ\beta^\circ$	$\circ$	id0	$\to$	$\alpha^\circ\beta^\circ$
$\vert$										$\vert$
id0					$\to$					$\alpha^\circ\beta^\circ$

				id0	$\leftarrow$	α°				
				$\vert$		$\vert$				
		$\alpha^\circ\beta^\circ$	$\leftarrow$	id0		α°	$\leftarrow$	$\beta\alpha$		
		$\vert$		$\vert$		$\vert$		$\vert$		
id0	$\to$	$\alpha^\circ\beta^\circ$	$\circ$	id0	$\to$	α°	$\circ$	$\beta\alpha$	$\to$	$\alpha^\circ\beta^\circ$
$\vert$										$\vert$
id0					$\to$					$\alpha^\circ\beta^\circ$

				$\beta\alpha$	$\leftarrow$	$\alpha^\circ\beta^\circ$				
				$\vert$		$\vert$				
		$\alpha^\circ\beta^\circ$	$\leftarrow$	$\beta\alpha$		$\alpha^\circ\beta^\circ$	$\leftarrow$	id0		
		$\vert$		$\vert$		$\vert$		$\vert$		
id0	$\to$	$\alpha^\circ\beta^\circ$	$\circ$	$\beta\alpha$	$\to$	$\alpha^\circ\beta^\circ$	$\circ$	id0	$\to$	α°
$\vert$										$\vert$
id0					$\to$					α°

$$
\begin{tikzcd}
 & & \mathrm{id}0 \arrow[d, dash] & \alpha^\circ\beta^\circ \arrow[l] \arrow[d, dash] & & \\
 & \alpha^\circ \arrow[d, dash] & \mathrm{id}0 \arrow[l] \arrow[d, dash] & \alpha^\circ\beta^\circ \arrow[d, dash] & \beta\alpha \arrow[l] \arrow[d, dash] & \\
\mathrm{id}0 \arrow[r] \arrow[d, dash] & \alpha^\circ \arrow[r, phantom, "\circ"] & \mathrm{id}0 \arrow[r] & \alpha^\circ\beta^\circ \arrow[r, phantom, "\circ"] & \beta\alpha \arrow[r] & \alpha^\circ\beta^\circ \arrow[d, dash] \\
\mathrm{id}0 \arrow[rrrrr] & & & & & \alpha^\circ\beta^\circ
\end{tikzcd}
$$

$$
\begin{tikzcd}
 & & \mathrm{id}0 \arrow[d, dash] & \alpha^\circ\beta^\circ \arrow[l] \arrow[d, dash] & & \\
 & \alpha^\circ\beta^\circ \arrow[d, dash] & \mathrm{id}0 \arrow[l] \arrow[d, dash] & \alpha^\circ\beta^\circ \arrow[d, dash] & \mathrm{id}0 \arrow[l] \arrow[d, dash] & \\
\beta\alpha \arrow[r] \arrow[d, dash] & \alpha^\circ\beta^\circ \arrow[r, phantom, "\circ"] & \mathrm{id}0 \arrow[r] & \alpha^\circ\beta^\circ \arrow[r, phantom, "\circ"] & \mathrm{id}0 \arrow[r] & \alpha^\circ \arrow[d, dash] \\
\beta\alpha \arrow[rrrrr] & & & & & \alpha^\circ
\end{tikzcd}
$$

$$
\begin{tikzcd}
 & & \beta\alpha \arrow[d, dash] & \alpha^\circ\beta^\circ \arrow[l] \arrow[d, dash] & & \\
 & \alpha^\circ \arrow[d, dash] & \beta\alpha \arrow[l] \arrow[d, dash] & \alpha^\circ\beta^\circ \arrow[d, dash] & \mathrm{id}0 \arrow[l] \arrow[d, dash] & \\
\mathrm{id}0 \arrow[r] \arrow[d, dash] & \alpha^\circ \arrow[r, phantom, "\circ"] & \beta\alpha \arrow[r] & \alpha^\circ\beta^\circ \arrow[r, phantom, "\circ"] & \mathrm{id}0 \arrow[r] & \alpha^\circ\beta^\circ \arrow[d, dash] \\
\mathrm{id}0 \arrow[rrrrr] & & & & & \alpha^\circ\beta^\circ
\end{tikzcd}
$$

3.2. Abbildungen von konversen Bi-Zeichen auf Diamonds

$$\begin{tikzcd}
 & & \alpha^\circ\beta^\circ \arrow[d, dash] & \mathrm{id0} \arrow[l] \arrow[d, dash] & & \\
 & \mathrm{id0} \arrow[d, dash] & \alpha^\circ\beta^\circ \arrow[l] \arrow[d, dash] & \mathrm{id0} \arrow[d, dash] & \alpha^\circ\beta^\circ \arrow[l] \arrow[d, dash] & \\
\alpha^\circ \arrow[r] \arrow[d, dash] & \mathrm{id0} \arrow[r, phantom, "\circ"] & \alpha^\circ\beta^\circ \arrow[r] & \mathrm{id0} \arrow[r, phantom, "\circ"] & \alpha^\circ\beta^\circ \arrow[r] & \beta\alpha \arrow[d, dash] \\
\alpha^\circ \arrow[rrrrr] & & & & & \beta\alpha
\end{tikzcd}$$

$$\begin{tikzcd}
 & & \alpha^\circ \arrow[d, dash] & \mathrm{id0} \arrow[l] \arrow[d, dash] & & \\
 & \beta\alpha \arrow[d, dash] & \alpha^\circ \arrow[l] \arrow[d, dash] & \mathrm{id0} \arrow[d, dash] & \alpha^\circ\beta^\circ \arrow[l] \arrow[d, dash] & \\
\alpha^\circ\beta^\circ \arrow[r] \arrow[d, dash] & \beta\alpha \arrow[r, phantom, "\circ"] & \alpha^\circ \arrow[r] & \mathrm{id0} \arrow[r, phantom, "\circ"] & \alpha^\circ\beta^\circ \arrow[r] & \mathrm{id0} \arrow[d, dash] \\
\alpha^\circ\beta^\circ \arrow[rrrrr] & & & & & \mathrm{id0}
\end{tikzcd}$$

$$\begin{tikzcd}
 & & \alpha^\circ\beta^\circ \arrow[d, dash] & \beta\alpha \arrow[l] \arrow[d, dash] & & \\
 & \mathrm{id0} \arrow[d, dash] & \alpha^\circ\beta^\circ \arrow[l] \arrow[d, dash] & \beta\alpha \arrow[d, dash] & \alpha^\circ\beta^\circ \arrow[l] \arrow[d, dash] & \\
\alpha^\circ \arrow[r] \arrow[d, dash] & \mathrm{id0} \arrow[r, phantom, "\circ"] & \alpha^\circ\beta^\circ \arrow[r] & \beta\alpha \arrow[r, phantom, "\circ"] & \alpha^\circ\beta^\circ \arrow[r] & \mathrm{id0} \arrow[d, dash] \\
\alpha^\circ \arrow[rrrrr] & & & & & \mathrm{id0}
\end{tikzcd}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc}
 & & & & \alpha^\circ & \leftarrow & \mathrm{id}0 & & & & \\
 & & & & | & & | & & & & \\
 & & \mathrm{id}0 & \leftarrow & \alpha^\circ & & \mathrm{id}0 & \leftarrow & \alpha^\circ\beta^\circ & & \\
 & & | & & | & & | & & | & & \\
\alpha^\circ\beta^\circ & \rightarrow & \mathrm{id}0 & \circ & \alpha^\circ & \rightarrow & \mathrm{id}0 & \circ & \alpha^\circ\beta^\circ & \rightarrow & \beta\alpha \\
| & & & & & & & & & & | \\
\alpha^\circ\beta^\circ & & & & & \rightarrow & & & & & \beta\alpha
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc}
 & & & & \alpha^\circ\beta^\circ & \leftarrow & \beta\alpha & & & & \\
 & & & & | & & | & & & & \\
 & & \mathrm{id}0 & \leftarrow & \alpha^\circ\beta^\circ & & \beta\alpha & \leftarrow & \alpha^\circ & & \\
 & & | & & | & & | & & | & & \\
\alpha^\circ\beta^\circ & \rightarrow & \mathrm{id}0 & \circ & \alpha^\circ\beta^\circ & \rightarrow & \beta\alpha & \circ & \alpha^\circ & \rightarrow & \mathrm{id}0 \\
| & & & & & & & & & & | \\
\alpha^\circ\beta^\circ & & & & & \rightarrow & & & & & \mathrm{id}0
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc}
 & & & & \alpha^\circ\beta^\circ & \leftarrow & \mathrm{id}0 & & & & \\
 & & & & | & & | & & & & \\
 & & \mathrm{id}0 & \leftarrow & \alpha^\circ\beta^\circ & & \mathrm{id}0 & \leftarrow & \alpha^\circ\beta^\circ & & \\
 & & | & & | & & | & & | & & \\
\alpha^\circ & \rightarrow & \mathrm{id}0 & \circ & \alpha^\circ\beta^\circ & \rightarrow & \mathrm{id}0 & \circ & \alpha^\circ\beta^\circ & \rightarrow & \beta\alpha \\
| & & & & & & & & & & | \\
\alpha^\circ & & & & & \rightarrow & & & & & \beta\alpha
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc}
 & & & & \alpha°\beta° & \leftarrow & id0 & & & & \\
 & & & & | & & | & & & & \\
 & & \beta\alpha & \leftarrow & \alpha°\beta° & & id0 & \leftarrow & \alpha° & & \\
 & & | & & | & & | & & | & & \\
\alpha°\beta° & \rightarrow & \beta\alpha & \circ & \alpha°\beta° & \rightarrow & id0 & \circ & \alpha° & \rightarrow & id0 \\
| & & & & & & & & & & | \\
\alpha°\beta° & & & & & \rightarrow & & & & & id0
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc}
 & & & & \alpha°\beta° & \leftarrow & \beta\alpha & & & & \\
 & & & & | & & | & & & & \\
 & & id0 & \leftarrow & \alpha°\beta° & & \beta\alpha & \leftarrow & \alpha°\beta° & & \\
 & & | & & | & & | & & | & & \\
\alpha° & \rightarrow & id0 & \circ & \alpha°\beta° & \rightarrow & \beta\alpha & \circ & \alpha°\beta° & \rightarrow & id0 \\
| & & & & & & & & & & | \\
\alpha° & & & & & \rightarrow & & & & & id0
\end{array}$$

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Zeichen und Spuren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Bi-Zeichen und konverse Bi-Zeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2025

Walther, Elisabeth, Charles Sanders Peirce. Baden-Baden 1989

18.6.2025